

Correspondant : ELIAHOU Shalom, Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquées J. Liouville  
FR CNRS 2956

Intervenant : **ELIAHOU** Shalom, LMPA

Titre de l'exposé : **Le problème  $3n+1$**

Résumé : Nous discuterons un problème ouvert, très difficile mais d'énoncé très élémentaire. On considère la fonction  $f(n)$  définie sur les entiers naturels par  $f(n) = n/2$  si  $n$  est pair,  $f(n) = (3n+1)/2$  si  $n$  est impair. Cette fonction, simple d'apparence, produit une dynamique mystérieuse lorsqu'on l'itére.

Conjecture : en partant de  $n$  quelconque, la suite itérée  $n, f(n), f(f(n)), f(f(f(n)))$ , etc. finit toujours par tomber sur le cycle trivial  $1, 2, 1, 2$ , etc.

Est-ce vrai ?

Malgré des décennies d'efforts, personne ne sait encore le prouver. Nous verrons comment la théorie des approximations rationnelles permet de contrôler en partie la longueur d'éventuels cycles non-triviaux.

Pré-requis : nombres rationnels, logarithmes

Matériel souhaité : un vidéoprojecteur

Recommandation : avant l'exposé, les élèves devraient avoir testé ce problème sur quelques entiers, à la main ou par machine. Le cas  $n = 27$  vaut le détour!